

別途本学所定の答案用紙

有	1人	1枚	無
---	----	----	---

--	--	--	--

甲南大学試験用紙

	年次	学部			
学籍番号					
氏名					
採点					

試験科目	数学入門 (2018)		
担当者	小山直樹 / 市野泰和		
実施日	2019年1月29日	所要時間	60分

(注意)

- ・年次、学部、学籍番号、氏名は所定の欄に必ずペン書きにすること。
- ・答案用紙はいかなる場合も試験場外へ持ち出してはならない。
- ・退場の際は必ず答案用紙を提出のこと。

問1から問4のすべてに答えてください。答えは別紙の答案用紙に書いてください。

問1 (6点) 次の関数 $f(x,y)$ について、 x,y のそれぞれで偏微分してください。(2点×3)

(a) $f(x,y) = x^4 + x^3y^2 - 3xy^3 - 2y$ (b) $f(x,y) = \sqrt{xy}$ (c) $f(x,y) = \frac{x+y}{3y}$

問2 (3点) 1階の条件を使って、次の最大化問題を解いてください。

$$\max_{x,y} f(x,y) = 80x + 70y - 2x^2 - y^2 - 2xy$$

問3 (4点) ある企業が生産する財の生産量を x 、その財の価格を p で表します。この企業の費用関数は $C(x) = 2x^2$ です。そして、この企業はプライステイカーです。以下の問いに答えてください。

- (a) (1点) この企業の利潤関数を示してください。
- (b) (1点) 利潤最大化の1階の条件を使って、この企業の利潤を最大にする生産量を求めてください。
- (c) (2点) 価格 p が上昇すると、この企業の利潤を最大にする生産量は増えるでしょうか、減るでしょうか。理由も説明してください。

問4 (4点) ある企業は、 L 人の労働者を雇用すると、1日あたり $f(L)$ 単位の財を生産できます。関数 $f(L)$ が具体的にどんな関数かはわからないものの、次の(あ)から(え)が成り立つとします。(あ) $f(0) = 0$ である、(い) どんな $L > 0$ についても $f(L) > 0$ である、(う) どんな $L > 0$ についても $f'(L) > 0$ である、(え) どんな $L > 0$ についても $f''(L) < 0$ である。

この企業が生産する財の1単位あたりの価格は p 円 ($p > 0$)、労働者1人あたりの日給は1万円とします。したがって、この企業の利潤関数は $\pi(L) = pf(L) - 10000L$ です。この企業はプライステイカーです。以下の問いに答えてください。

- (a) (1点) 利潤最大化の1階の条件を示してください。
- (b) (1点) 利潤関数 $\pi(L)$ の2階の導関数を求め、利潤関数が凹関数であることを示してください。
- (c) (1点) この企業の利潤を最大にする雇用者数を $L(p)$ と表しましょう。 $L(p)$ がどうやって求められるのか説明してください。
- (d) (1点) $L(p)$ は価格 p の増加関数(すなわち、 $L'(p) > 0$)であることを示してください。

問5 (3点) 明日は遠足です。太郎さんが遠足のおやつに買うお菓子は、「うまい棒」と「チロルチョコ」の2種類だけです。太郎さんが買ううまい棒の本数を x 、チロルチョコの個数を y で表します。太郎さんの効用関数は $u(x,y) = xy^2$ です。うまい棒の価格は1本あたり10円、チロルチョコの価格は1個あたり20円です。また、学校のルールでおやつは300円までとなっています。以下の問いに答えてください。

- (a) (1点) 太郎さんの予算制約式(300円で買えるうまい棒の本数 x とチロルチョコの個数 y の組み合わせを表す式)を書いてください。
- (b) (2点) 太郎さんの効用を最大にするうまい棒の本数とチロルチョコの個数を求めてください。

微分の公式

- (1) 実数乗の微分: どんな実数 a についても、 $y = x^a$ ならば、 $y' = ax^{a-1}$ である。
- (2) 関数の和の微分: $y = f(x) + g(x)$ ならば、 $y' = f'(x) + g'(x)$ である。
- (3) 合成関数の微分: 関数 $y = f(z)$ と $z = g(x)$ の合成関数 $y = f(g(x))$ の導関数は、 $y' = f'(z)g'(x) = f'(g(x))g'(x)$ である。
- (4) 関数の積の微分: $y = f(x)g(x)$ ならば、 $y' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$ である。
- (5) 関数の商の微分: $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ ならば $y' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$ である。

(注) 答案用紙はいかなる場合も試験場外へ持ち出してはならない。